Corrigé des exercices du livre 104 et 105 p.274

104 On se place dans le repère orthonormé $(I, \vec{i}\,; \vec{j})$ d'unité 1 cm dans lequel A(0 ;4) ; B(–3 ;0) et C(3 ; 0).
En effet, I étant milieu de [BC] : BI = IC = 3 et par Pythagore : $AI^2 = 5^2 - 3^2$.
On obtient (AC) : $4x + 3y - 12 = 0$ puis $H\left(\frac{48}{25} ; \frac{36}{25}\right)$
puis $J\left(\frac{24}{25} ; \frac{18}{25}\right)$.
$\overrightarrow{AJ}\left(\frac{24}{25} ; \frac{-82}{25}\right)$ et $\overrightarrow{BH}\left(\frac{123}{25} ; \frac{36}{25}\right)$.
Alors $\frac{24}{25} \times \frac{123}{25} + \frac{-82}{25} \times \frac{36}{25} = 0$,
donc les vecteurs sont orthogonaux et les droites perpendiculaires.

105 **1.a.** Un vecteur normal à (d) est (–3 ; 1) ou (3 ; 1).
Une équation de $(d)'$ est $3x + y + c = 0$ avec
$3 \times 9 + 2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -29$.
Donc (d') : $3x + y - 29 = 0$.
b. Les coordonnées du projeté vérifient :
$\begin{cases} 3x + y - 29 = 0 \\ -x + 3y + 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = -1 \end{cases}$.
Donc H(10 ; –1).
c. $AH^2 = (10 - 9)^2 + (-1 - 2)^2 = 1 + 9 = 10$.
Donc $AH = \sqrt{10}$.
On note $A(u ; v)$ et (d) : $ax + by + c = 0$.
Dans le cas général : soit $M(x ; y)$ un point de (d) et $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ un vecteur normal à (d).
On a :
$$\overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow a(x - u) + b(y - v) = 0$$
$$\Leftrightarrow ax - au + by - bv = 0$$
$$\Leftrightarrow au + bv = ax + by = -c$$
$$\Leftrightarrow au + bv + c = 0$$
Soit H le projeté orthogonal de A sur (d) alors
$|\overrightarrow{AM}.\vec{n}| = AH.\|\vec{n}\|$
Donc $AH = \frac{|au+bv+c|}{\sqrt{b^2+a^2}}$.

2.a.

Avec Python :

```python
import math

def projete(a,b,c,u,v):
    return abs(a*u+b*v+c)/math.sqrt(a**2+b**2)
```

b. En testant le programme, on trouve 3,1622776601683795.